

Lokalna optimizacija

Optimizacijski problem:

S prostor "konfiguracij" sistema

$f: S \rightarrow \mathbb{R}$ kriterijska funkcija

Iščemo $x \in S$, pri kateri f zasede minimum

Primeri:

① Urniki: S množica vseh urnikov

$$f(u) = 0,9 \cdot \text{zadovoljstvo prof. z urnikom } u + 0,1 \cdot \text{zadovoljstvo štud. z urnikom } u$$

② Ratvoz:

Tovarne $\longrightarrow$ Trgovine
Vojaške baze $\longrightarrow$ Bojišča
Skladišča bencina $\longrightarrow$ Bencinske postaje

$S =$ vsi načini ratvoza

$f = \left. \begin{array}{l} \cdot \text{Cena} \\ \cdot \text{Čas} \\ \cdot \dots \\ \cdot \dots \end{array} \right\} \text{kombinacija}$

③ Poraba goriva v motorju.

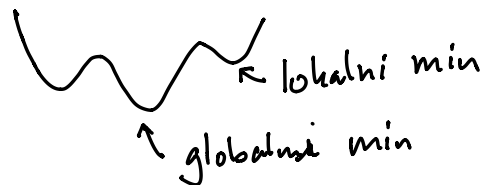
⋮

④ Šola: $f(x) = x^2 - 7$

Kako najdemo minimum?

$f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ odvedljiva

$Df(x) = 0$ "odvod je nič" reševanje enačbe



⑤ 10^{26} molekul v škatli

$$n = 10^{26} \times (3 + 3) = 10^{27}$$

↑ ↑
pozicije vektor
 hitrosti

$$f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$$
$$\mathbb{R}^{10^{27}} \rightarrow \mathbb{R}$$

Ponavadi: prostor stanj je zeeeeelo velik
(visoka dimenzija, veliko stanj)

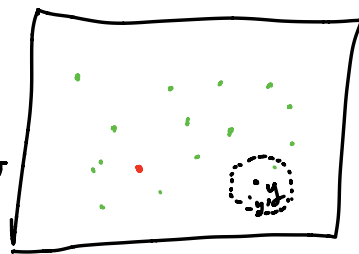
Ponavadi: zelo veliko lokalnih minimum.

Iščemo čim boljši približek globalnega minimuma.

Lokalna optimizacija

lokalni minimumi

Poišči (približne) lokalnih minimumov
in izberi najboljšega



S

globalni min

x = začetni približek

Ponovi N -krat:

y = naključna konfiguracija

ponavljaj, dokler je še kaj napredka:

$y' =$ izberi konfigur. v okolici y

if $f(y') < f(y)$: $y := y'$

y je približek za lokalni min

if $f(y) < f(x)$: $x := y$

return x

} tu ne zapravljamo časa

Vprašanje: kako se iz y premaknemo v "bližnje stanje" y' ? Kaj je okolica?

Primeri:

① Urnik: y primer urnika

y' y z eno spremembo

② $f: \mathbb{R}^{10^{27}} \rightarrow \mathbb{R}$

$y \in \mathbb{R}^{10^{27}}$

$\|y' - y\| < \epsilon$ blizu glede na metriko

③ $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ odvedljiva

Vemo, v katero smer se
splošča: - gradient f

$$y \in \mathbb{R}^n$$

$$\cdot y'$$

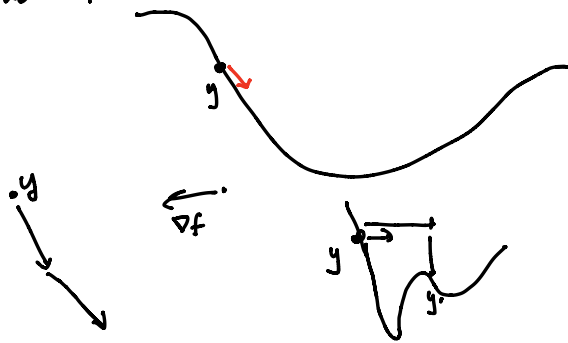
$$\cdot y$$

$$\nabla f = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n} \right)$$



Za koliko se premaknemo?

$$za -\epsilon \cdot \nabla f$$



Če n velik: ne računamo celotnega ∇f .

Na vsakem koraku izberemo naključno
nekaj $x_{i_1}, \dots, x_{i_{i_0}}$ in računamo ∇f
in premik samo v teh dimenzijah.

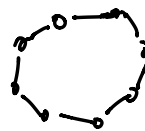
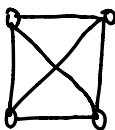
Primer:



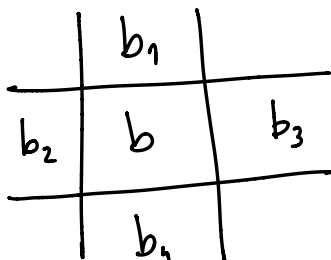
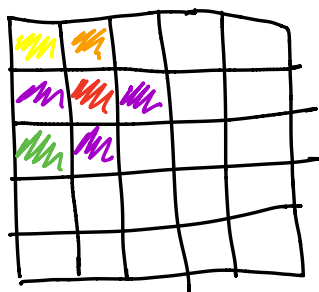
vzemi, naravna dolžina vzemi = 1

globalni min:

razporeditev, pri kateri
so vse vzemi dolžine 1



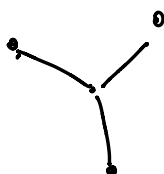
Primer



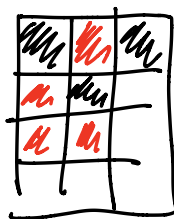
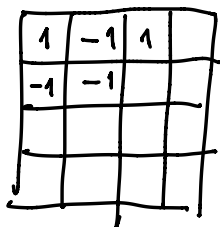
$$f(S) = \sum_{x,y \text{ sosednja kvadrata}} \|S(x) - S(y)\|$$

S : preslikava iz kvadratov v barve

Globalni minimum: vsi kvadrati iste barve



Primer:



$$S_{ij} = \begin{cases} 1 \\ -1 \end{cases}$$

$$f(S) = \sum_{i,j \text{ sosed}} -S_i \cdot S_j$$

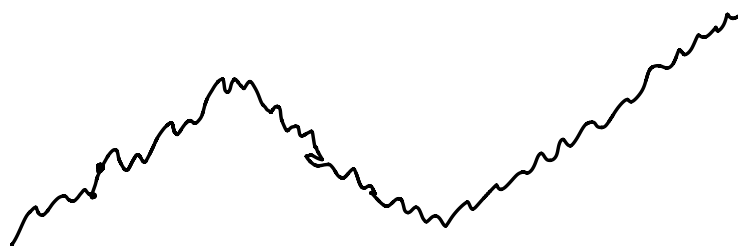
globalni minimum:
vsi iste barve

1	1	-1	-1
1	1	-1	-1
1	1	-1	-1
1	1	-1	-1

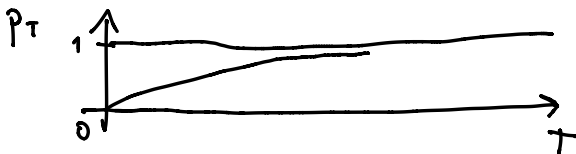
-1	-1	-1	-1
-1	1	1	-1
-1	1	1	-1
-1	-1	-1	-1

Simulirano ohlajanje :

T temperatura



Potrebujemo funkcijo $p_T \in [0,1]$ $p_T = e^{-\frac{k}{T}}$



y = začetni približek

T = vroče

ponavljaj, dokler se splača :

y' = izberi kandidata v okolici y

if $f(y') < f(y)$ ali $\underbrace{\text{rnd}(0,1) < p_T}$:

then $y := y'$

$\text{rnd}(0,1)$ naključno število med 0 in 1.

T zmanjšaj

Deici:

