Simbolni zapis

$3+4$ $\qquad$ $x \mapsto x^3+2$ $\qquad$ $\forall x \in \mathbb{R}.\ x^2+x+1 \geq 1/4$

Izraz:

- aritmetični $\quad 8+7\cdot\frac{2}{3}$
- logični $\quad p \Rightarrow \neg p \Rightarrow r$

$(3+4((+8)$ sintaktično nepravilen

Operacije: $+, \times, \wedge, \vee, \dots$

- prefiksna: pišemo spredaj
  - $-x$ nasprotna vrednost x
  - $\neg P$ negacija P
- infiksna: pišemo vmes

  $x+y$

  $x \wedge y$

  $x \cdot y$

  $x = y \qquad x < y$
- postfiksna: pišemo zadaj

  $n!$ fakulteta

Ostali zapisi:

- potenciranje $\quad A^B$
- ulomki $\quad \frac{a}{b}$
- integral & vsote: $\quad \int x^2\,dx \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$

"Nevidne" operacije:

$x\ y$ množenje: presledek je množenje ?!

$3\ x$

$\cancel{3\ 4}$

$x^2\ 3$?

Oklepaji:

$f((x))$ $\sin x$ $\sin(x)$

$\sin(\alpha+\beta)$ $\sin \alpha+\beta$

$$\Big((\forall x \in \mathbb{R} .\ x>0) \Rightarrow (\exists y \in \mathbb{R} .\ x+y>0)\Big)$$

$$3+4\cdot 5 \to (3+4)\cdot 5$$
$$\qquad \searrow 3+(4\cdot 5)$$

Prioriteta: operacije z višjo prioriteto imajo prednost

$\cdot$ ima prednost pred $+$ DOGOVOR

Aritmetika (od višje k nižji prioriteti):

- potenciranje B^4
- $\times$ $/$
- $+$ $-$

$$3+4-2 \rightsquigarrow (3+4)-2$$

$$3+5+8 \rightsquigarrow (3+5)+8$$

Asociiranost:

- levo $\quad x + y + z = (x+y) + z$

  $10 - 5 - 3 = (10-5) - 3$

  $+ \quad - \quad \times \quad / \quad \wedge \quad \vee$

- desno $\quad p \Rightarrow q \Rightarrow r = p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$

- brez : $\quad \Leftrightarrow \quad = \quad \leq$

  $p \Leftrightarrow q \Leftrightarrow r$ kako so oklepaji ?

  $(x \leq y) \leq z \qquad x \leq (y \leq z)$

  $(3 \leq 5) \leq 7 \stackrel{?}{=} T \leq 7$?!

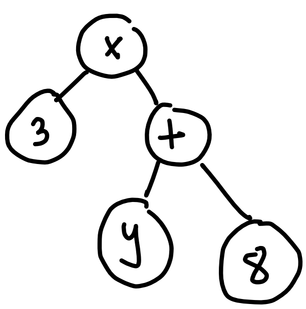
Zloraba:

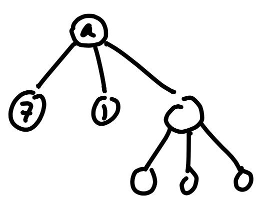
$x \leq y \leq z$ pomeni $x \leq y$ in $y \leq z$

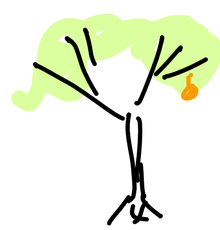
$x = y = z \qquad x = y$ in $y = z$

Izrazi kot drevesa:

$3 \times (y + 8)$







Argumenti

$f(x)$ ← argument

$f\ x$

zaporedje $a : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$

$\underbrace{a_i}_{\text{argument v podnapisu}}$

$f^{(5)}$ nadnapis

a^i nadnapis

$f^{(\cos(\pi)+3)}$ drugi odvod f

Implicitni argumenti:

Argumenti, ki jih kar spustimo.

Primer:

$pr_1 : A \times B \to A$

$pr_1 : U \times V \to U$

$pr_1^{A,B}$

$pr_1^{U,V}$

Kompozicija: $g \circ f$ $\quad h \circ k$ $\quad \sin \circ \cos$

$A \xrightarrow{f} B \xrightarrow{g} C$

$g \circ_{A,B,C} f$

Privzeti argumenti:

Če argumenta ni, ima dogovorjeno privzeto vrednost

$\log_b x$

$\log x$

Privzeto $b = 10$

Preobteževanje : isti simbol uporabljamo v večih pomenih

$-x$ $\qquad$ $x-y$

$x+y$ seštevanje števil
vektorjev
matrik

Logične formule

Izjavni račun:

logični vezniki: $\neg, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$
konstanti: $\bot, \top$

Predikatni račun:

izjavni skupaj s kvantifikatorjema $\forall$ in $\exists$

Izjavni vezniki so naslednje operacije:

- **resničnostni konstanti** $\bot$ in $\top$: beremo ju »neresnica» in »resnica«,
- **negacija** $\neg$: izjavo $\neg A$ beremo »A ne velja« ali »ni res, da A«,
- **konjunkcija** $\wedge$: izjavo $A \wedge B$ beremo »A in B«,
- **disjunkcija** $\vee$: izjavo $A \vee B$ beremo »A ali B«,
- **implikacija** $\Rightarrow$: izjavo $A \Rightarrow B$ lahko beremo na več načinov:
  - »Iz A sledi B.«
  - »Če A, potem B.« $\qquad x+3>4 \Rightarrow x>0$
  - $A \Rightarrow B$ — »A samo če B.« $\qquad x+3>4$ samo če $x>0$.
  - »B sledi iz A.«
  - »A je zadosten pogoj za B.«
  - »B je potreben pogoj za A.«
- **ekvivalenca** $\Leftrightarrow$: izjavo $A \Leftrightarrow B$ beremo $\qquad (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$
  - »A je ekvivalentno B.«
  - »A, če in samo če B.« $\rightarrow$ (A če B) in (A samo če B)
  - »A natanko tedaj, ko B.« $\qquad B \Rightarrow A \qquad A \Rightarrow B$

– »A je zadosten in potreben pogoj za B.«

Malo bolj neobičajna je:

- **ekskluzivna disjunkcija** $\oplus$: izjava $A \oplus B$ beremo »bodisi A bodisi B« ali »A ali B, vendar ne oba hkrati«. $\underline{\vee}$

Prioriteta veznikov, od najvišje do najnižje:

- $\neg$,
- $\wedge$,
- $\vee$, $\oplus$,
- $\Rightarrow$, $\Leftrightarrow$.

$$(((\neg A) \vee (B \wedge C)) \Rightarrow (D \vee F))$$

Leva asociiranost : $\wedge$, $\vee$, $\oplus$

Desna : $\Rightarrow$

Nima asociiranosti : $\Leftrightarrow$

Pozor – <u>zloraba</u> :

$P \Leftrightarrow Q \Leftrightarrow R$ običajno pomeni $(P \Leftrightarrow Q) \wedge (Q \Leftrightarrow R)$

$P \Rightarrow Q \Rightarrow R$ $\qquad (P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow R)$

<u>Kvantifikatorja</u>

Univerzalni

$\forall \rightsquigarrow$ All

Formulo $\forall x \in A \,.\, \phi$ beremo:

- »Za vsak x iz A velja ϕ.«,
- »Vsi x iz A zadoščajo ϕ.«,
- »ϕ za vse x iz A.«

Pika pri tem nima nobenega posebnega pomena, pogosti so tudi zapisi

$$\forall x \in A \,,\, \phi \qquad \text{ali} \qquad \forall x : A \,,\, \phi \qquad \text{ali} \qquad (\forall x : A)\phi.$$

$\forall (x : A)\, \phi$

$\cancel{x + 3 < 7 \quad \forall x \in \mathbb{R}}$

$(\ x + 3 < 7 \quad \forall x \in \mathbb{R}\ ) \Rightarrow P \wedge Q$

Eksistenčni kvantifikator $\exists$

Formulo $\exists x \in A \,.\, \phi$ beremo:

- »Obstaja x iz A velja ϕ.«
- »Obstaja vsaj en x iz A velja ϕ.«
- »Za neki x iz A velja ϕ.«
- »ϕ za neki x iz A.«

S tem povemo, da obstaja *eden ali več* takih x. Na primer, izjava $\exists x \in \mathbb{N} \,.\, x < 3$ je veljavna, saj je 2 naravno število, ki je manjša od 3.