

# 1. izpit pri predmetu Kardinalna aritmetika

12. februar 2014

Skupni čas reševanja je 240 minut. Veliko uspeha!

## 1. naloga (25 točk)

- Izračunajte rang množice  $\omega \times \omega$ .
- Izračunajte rang množice  ${}^\omega\omega$ .

## 2. naloga (25 točk)

Naj bo  $\kappa$  neštevno regularno kardinalno število in  $A \subseteq \kappa$ . Pravimo, da je  $A$  *zaprta neomejena*, če velja:

- neomejenost: za vsak  $\alpha < \kappa$  obstaja tak  $\beta \in A$ , da je  $\alpha < \beta$ ,
- zaprtost: če je  $B \subseteq A$  in  $|B| < \kappa$ , potem  $\sup B \in A$ .

- Dokažite, da je  $\{\alpha < \kappa \mid \alpha \text{ je limitni ordinal}\}$  zaprta neomejena podmnožica  $\kappa$ .
- Naj bo  $f : \kappa \rightarrow \kappa$  normalna funkcija. Dokažite, da je  $\{\alpha < \kappa \mid f(\alpha) = \alpha\}$  zaprta neomejena podmnožica  $\kappa$ .

## 3. naloga (25 točk)

Dokažite:  $\forall \alpha, \beta \in \text{Ord} . \alpha < \beta \implies 2^\alpha < 2^\beta$ .

## 4. naloga (25 točk)

Dokažite:  $\aleph_\omega^{\aleph_1} = \aleph_\omega^{\aleph_0} \cdot 2^{\aleph_1}$ .