Definicije

"Naj bo $x \in A$."

↑ vpeljemo simbol x, ki nima določene vrednosti. Vse kar vemo o x je, da pripada A. x je "poljuben" ali "neznan".

Simbol lahko vpeljemo z enoličnim opisom:

1. Dokažemo

kjer je φ neka izjava

$$\exists!\, x \in A \,.\, \varphi(x)$$

2. Vpeljemo nov simbol c in ga opredelimo

"Naj bo c tisti element A, ki zadošča φ."

S tem ima c točno določeno vrednost.

Poseben primer: okrajšava

"Naj bo $c := E$."

↑ izraz, ki označuje matematični objekt iz A.

Tudi $c = E$

$c \equiv E \qquad c \triangleq E$

Ko c definiramo kot okrajšavo za E,
je to pravzaprav enolični opis:

$$\exists! x \in A .\ x = E .$$

(E označuje neki določeni element iz A)

"Tisti c, ki zadošča pogoju $c = E$."

<u>Primer</u>:

"Tisti $c \in \mathbb{R}$, za katerega velja $c \cdot c = 2$ in $c > 0$."

Kvadratni koren iz 2.

Operator enoličnega opisa:

Če dokažemo

$$\exists! x \in A .\ \varphi(x)$$

potem označimo z

$$\iota x \in A .\ \varphi(x)$$

x je vezana spremenljivka

tudi: $\text{the}\, x \in A .\ \varphi(x)$

podobno:

$\forall x \in A .\ \varphi(x)$

$\int x^2 dx$

$\lambda x .\ x^2 + 7$

$x \mapsto x^2 + 7$

$\varepsilon x .\ \varphi(x)$

Označimo tisti element $x \in A$, ki ustreza $\varphi(x)$.

Beremo: "Tisti $x \in A$, ki zadošča $\varphi(x)$."

<u>Primer</u>:

$$3 \cdot (\iota x \in \mathbb{R} .\ 2x + 7 = 19) = 18$$

$$\int_0^1 \frac{(\iota x \in \mathbb{R} .\ x > 0 \wedge x^2 = 2) + t}{1 + t^2}\, dt = \ldots\ldots$$

Pravila dokazovanja

V dokazu:

- vedno moramo vedeti, kaj dokazujemo
- vedno moramo poznati trenutni <u>kontekst</u>:
  - → vsi trenutno vpeljani simboli
  - → vse trenutne predpostavke

Dokaz sestoji iz korakov, ki tvorijo zaporedje sklepov, lahko imamo tudi poddokaze.

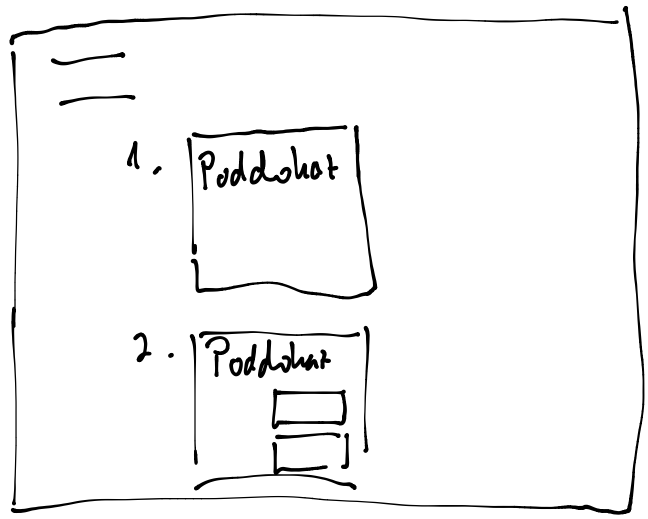
Koraki sledijo pravilom:

- pravila vpeljave: kako dokažemo izjave
- pravila uporabe (eliminacije): kako uporabimo predpostavke

Pišemo:

<u>Izrek 42</u>: $\boxed{\text{trditev}}$

Dokaz.



□ QED

↑ konec dokaza

"Quite easily done."

Sinonimi:

- izrek → pomembno
- trditev → blah
- posledica → nekaj, kar je lahko dokazati s pomočjo prejšnjih spoznanj
- lema → pomožni izrek

Izjava: $(p \lor q) \land r \Rightarrow (p \land r) \lor (q \land r)$.

Dokaz:

Dokazujemo $(p \lor q) \land r \Rightarrow (p \land r) \lor (q \land r)$.

Predpostavimo $(p \lor q) \land r$. (1)
Dokazujemo $(p \land r) \lor (q \land r)$.
Velja $p \lor q$ zaradi (1). (2)
Velja r zaradi (1). (3)
Obravnavamo primera p, q zaradi (2):

1. Predpostavimo p: (4)
   Dokazujemo $(p \land r) \lor (q \land r)$
   Dokažimo $p \land r$:
   1.1. Dokažimo p: velja p zaradi (4)
   1.2. Dokažimo r: velja r zaradi (3)
2. Predpostavimo q: (5)
   Dokazujemo $(p \land r) \lor (q \land r)$
   Dokažimo $q \land r$:
   1.1. Dokažimo q: velja q zaradi (5)
   1.2. Dokažimo r: velja r zaradi (3)

Konec dokaza.