

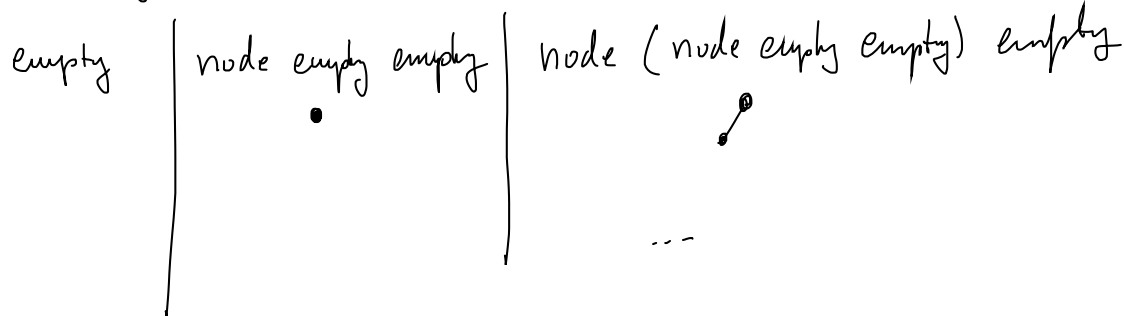
Induktivni tipi

- $0 : \mathbb{N}$
 - če je $n : \mathbb{N}$, je tudi $S n : \mathbb{N}$ } "samo ti elementi"
- $0, S 0, S(S 0), S(S(S 0)), \dots$

Kaj pa $S(S(S(S(S(\dots))))))$? Ne.

Drevesa:

- empty : Drevo
- če je $l : \text{Drevo}$ in $d : \text{Drevo}$, je node $l r : \text{Drevo}$



Drevesa - Drevo je tip

- vpeljane:

$\frac{}{\text{empty} : \text{Drevo}}$

$\frac{l : \text{Drevo} \quad d : \text{Drevo}}{\text{node } l \ d : \text{Drevo}}$

- uporaba?

$z : P(\text{empty})$

$f : \prod_{l : \text{Drevo}} \prod_{d : \text{Drevo}} P(l) \rightarrow P(d) \rightarrow P(\text{node } l \ d)$

$e : \text{Drevo}$

$\text{ind}(P, z, f, e) : P(e)$

Naravna števila

- \mathbb{N} je tip
- vpletjavn: $\frac{}{0 : \mathbb{N}} \quad \frac{n : \mathbb{N}}{S n : \mathbb{N}}$
- uporaba:
 $n : \text{nat} \mid P(n)$ tip

$$\frac{z : P(0) \quad f : \prod_{n : \mathbb{N}} P_n \rightarrow P(S n) \quad m : \mathbb{N}}{\text{ind}(P, z, f, m) : P(m)}$$

$\text{ind}(P, z, f)$
 \downarrow
 $\text{def } g(m) :$
 $\text{if } m = 0 :$
 $\quad \text{return } z$
 $\text{else } :$
 $\quad \text{return}$
 $\quad f(m-1) (g(m-1))$

- enačbe:

$$\text{ind}(P, z, f, 0) = z$$

$$\text{ind}(P, z, f, S k) = f k (\text{ind}(P, z, f, k))$$

Primer

$$g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \quad \downarrow$$

$$g : m \mapsto \text{ind}(\dots, 0, (\text{funktor} \Rightarrow S(S(S r))), m)$$

$$g(0) = \text{ind}(\dots, 0, (\text{fun} \Rightarrow \dots), 0) = \underline{0}$$

$$g(S 0) = \text{ind}(\dots, 0, (\text{fun} \dots 1, S 0) = S(S(S 0))$$

$$g(S(S 0)) = \text{ind}(\dots, S(S 0)) = S(S(S(S(S(S 0))))))$$

$$g(0) = 0$$

$$g(k+1) = S(S(S(g(k)))) = g(k) + 3$$

Seznami

Naj bo A tip.

Tip $\text{list } A$:

- $\text{list } A$ je tip, če je A tip
- vpeljawa:

$$\frac{}{\text{nil}_A : \text{list } A} \qquad \frac{a : A \quad l : \text{list } A}{\text{cons}_A a l : \text{list } A}$$

- uporaba:

$$z : P(\text{nil}_A) \quad f : \prod_{a:A} \prod_{l:\text{list } A} P(l) \rightarrow P(\text{cons}_A a l) \quad k : \text{list } A$$

$$\text{ind}(A, P, z, f, k) : P(k)$$

- enačbe:

$$\begin{aligned} \text{ind}(A, P, z, f, \text{nil}_A) &= z \\ \text{ind}(A, P, z, f, \text{cons}_A a l) &= f a l (\text{ind}(A, P, z, f, l)) \end{aligned}$$

Konjunkcija/produkt?

- če sta A in B tipa, je $A \times B$ tip
- vpeljawa:

$$\frac{a : A \quad b : B}{\text{pair } a b : A \times B}$$

- uporaba:

$$f : \prod_{a:A} \prod_{b:B} P(\text{pair } a b) \quad u : A \times B$$

$$\text{ind}(f, u) : P(u)$$

$$u : A \times B \quad x : A, y : B \mid c : P(x, y)$$

$$\left(\text{match } u \text{ with } (x, y) \Rightarrow c \right) : P(u)$$