

λ -račun

16.3. ni predavanj

$x \mapsto \frac{x^2 + 7x + 3}{\dots}$
"x se slika v ..."

funkcijski predpis

$a \mapsto 42$

a se slika v 42

Imenovana funkcija

$f(x) := x^2 + 7x + 3$

funkcijski predpis
poimenovan f

$f := (x \mapsto x^2 + 7x + 3)$

Pozor: funkcija = domena + kodomena + funkcijski predpis

$f: A \rightarrow B$

$f := (x \mapsto \dots)$

Vežane & proste spremenljivke

$x \mapsto x^2 + 7x + 3$

x je vezana spremenljivke
(lokalna)

x je "vezan" na to območje

$x \mapsto a \cdot x + b$

x - vezan

a, b - prosti spremenljivki

Java:

```
if (3 < 7) {  
  int x = 5;  
  x : območje x  
  y : "scope"  
} else {  
  ...  
}
```

$$\int (x^2 + 7a) dx$$

x - vezan
 a - prosta

$$\int (x^2 + 7a) da$$

a - vezan
 x - prost

$$\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C \quad ?! \quad x \text{ je pobegnil iz svojega območja}$$

$$\int (x \mapsto x^3) = (x \mapsto \frac{x^4}{4} + C)$$

$$x \mapsto a \cdot x$$

Zamenjaj a z 42

$$\hookrightarrow x \mapsto 42 \cdot x$$

~~Zamenjaj x z 42~~

$$\left(\frac{1}{3} + b\right) [(x+a)/b] = \frac{1}{3} + (x+a) \quad \hookrightarrow 42 \mapsto a \cdot 42$$

$$\left(\int_0^1 (x^2 + b) dx\right) [(x+a)/b] = \text{NAIVNO, NAROŽE}$$

$$\int_0^1 (x^2 + x + a) dx = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + a$$

\hookrightarrow se je "ujel" v območje x

$$\left(\int_0^1 (x^2 + b) dx\right) [(x+a)/b] =$$

$$\left(\int_0^1 (\check{s}^2 + b) d\check{s}\right) [(x+a)/b] =$$

$$\int_0^1 (\check{s}^2 + (x+a)) d\check{s}$$

Spremenljivka

$$x \mapsto x^2 + 7x + 3$$

} funkcij'ski predpis } λ -račun

Zakaj ne tudi

$$y \cdot 0 \mapsto 0$$

$$a - a \mapsto 0$$

$$(x-y)(x+y) \mapsto x^2 - y^2$$

} prepisovalno pravilo (rewrite rule) } prepisovalni sistemi

$$x \mapsto \int x \cdot t \, dt$$

● x, t vezana

● t vezan, x prost

$\{ \text{int } x = 5; \}$
 \vdots
 $\{ \text{int } t = 7; \}$
 \vdots
 $\}$

} t lokalna/vezana
} x prost

x int lokalni/vezani

Gnezdeni predpisi:

$$x \mapsto (y \mapsto x^2 y + 3x)$$

x se slika v predpis, ki y slika v $x^2 y + 3x$

$$\begin{aligned}
 & (x \mapsto (y \mapsto x \cdot x + y)) (42) \\
 &= (y \mapsto 42 \cdot 42 + y)
 \end{aligned}$$

(a)

$$\begin{aligned}
 & ((x \mapsto (y \mapsto x \cdot x + y)) (42)) (1) \\
 &= ((y \mapsto 42 \cdot 42 + y) (1)) \\
 &= 42 \cdot 42 + 1
 \end{aligned}$$

~~(b)~~

$$((x \mapsto (y \mapsto x \cdot x + y)) (42)) (1)$$

ne moremo takoj vstaviti 1 (za y), ker v (...) nimamo funkcijskega predpisa

$$(f \mapsto f(f(3))) \quad (n \mapsto n \cdot n + 1)$$

$$\begin{aligned} (n \mapsto n \cdot n + 1) ((n \mapsto n \cdot n + 1)(3)) &= \\ (n \mapsto n \cdot n + 1) (3 \cdot 3 + 1) &= \\ (3 \cdot 3 + 1) \cdot (3 \cdot 3 + 1) + 1 & \end{aligned}$$

~~f(x)~~ f x
 sin x
 log x
 ~~$\frac{\pi}{4}$ sin~~
 x; f; g
 g o f

$$(\lambda x . (\lambda f . f x) (\lambda y . y)) ((\lambda z . g z) u)$$

$g u$

- $(\lambda f . f ((\lambda z . g z) u) (\lambda y . y))$
- $(\lambda f . f (g u)) (\lambda y . y)$

$$\begin{aligned} (\lambda x . (\lambda f . f x) (\lambda y . y)) (g u) &= \\ (\lambda x . (\lambda y . y) x) (g u) & \end{aligned}$$

$$(\lambda f . f x) (\lambda y . y) = (\lambda y . y) x$$

$$\begin{aligned} (\lambda f . f x) \sin &= \sin x \\ (\lambda f . f x) \beta &= \beta x \\ f \mapsto f x & \end{aligned}$$

3

$$(\lambda x . (\lambda y . x) z) ((\lambda t . t) u)$$

2

1

1) neučakano

3) leno

2) računamo znotraj telesa funkcije - NEUAVADNO

```

int f(int x) {
  return x*x+1;
}

```

```

int g(int y) {
  return f(y+2)*3;
}

```

$((y+2)*(y+2)+1)*3$
 ↑
 $f(y+2)*3$

$g(7)$

$$(f \circ g)(x) := f(gx)$$

$$f \circ g := \lambda x. f(gx)$$

$$x \mapsto f(gx)$$

$$\text{Compose } f \ g := \lambda x. f(gx)$$

$$\text{Compose } f := \lambda g. \lambda x. f(gx)$$

$$\text{Compose} := \lambda f. \lambda g. \lambda x. f(gx)$$

$$\lambda f \ g \ x. f(gx)$$

$$f(n \ f \ x) = \underbrace{f(\underbrace{f(f(\dots f \ x) \dots))}_n)}_{n+1}$$

$$(n \ f) \ ((m \ f) \ x) =$$

$$(n \ f) \ (\underbrace{f(f \dots f \ x)}_m)$$

$$\underbrace{f(f \dots f)}_n \ (\underbrace{f(\dots f \ x)}_m)$$