Podtipi

Parametrični polimorfizem:

$$\underline{fun \ (x,y) \Rightarrow (y,x)} : \qquad \alpha \times \beta \rightarrow \beta \times \alpha \qquad glavni$$

$$\alpha, \beta \ parametra$$

ima več tipov:

$$int \times bool \rightarrow bool \times int$$
$$cow \times rabbit \rightarrow rabbit \times cow$$
$$\alpha \times bool \rightarrow bool \times \alpha$$

Podtipi:

$$A \leq B \qquad ``A \ je \ podtip \ B"$$

vrednosti tipa A lahko
uporabimo, kot da bi imele tip B.

Primer: $int \leq float$

Java: $float \ sin(float \ x)$ $float \rightarrow float$

$$sin(\underbrace{3.14}_{float}) \ \checkmark$$

$$sin(\underset{int}{42}) \ \checkmark \qquad\qquad simuliramo$$

$$\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{R}$$

Pravila:

$$\frac{e : A \qquad A \leq B}{e : B}$$

$$\frac{}{A \leq A} \quad \text{refleksivnost}$$

$$\frac{A \leq B \quad B \leq C}{A \leq C} \quad \text{tranzitivnost}$$

$$\left.\begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array}\right\} \text{šibka urejenost}$$

$$\frac{A \leq B \quad B \leq A}{A = B} \quad \text{antisimetričnost} \quad \times$$

Primer:

SELECT ..... FROM tabelaA
c_1, c_2

$$\text{tabela}(c_1, c_2, c_3, c_4) \leq \text{tabela}(c_1, c_2)$$
$$\uparrow$$
$$\text{samo za SELECT}$$

tabela A

c_1	c_2
---	---
--	---
--	---

tabela B

c_1	c_2	c_3	c_4
-	-	-	-

Ostala pravila:

$$\frac{A_1 \leq A_2 \qquad B_1 \leq B_2}{A_1 \times B_1 \leq A_2 \times B_2}$$

Velja:

$$\frac{A_1 \leq A_2 \qquad \overline{B_1 \leq B_1}}{A_1 \times B_1 \leq A_2 \times B_1} \quad \checkmark$$

$$\frac{A_1 \leq A_2 \qquad B_1 \leq B_2}{A_1 \to B_1 \leq A_2 \to B_2}$$

NA ROBE

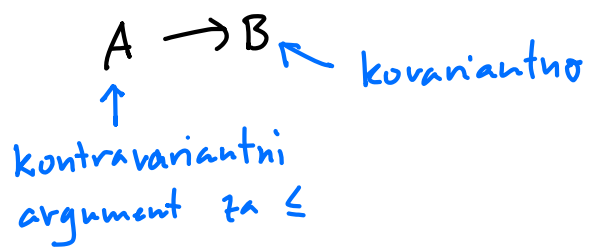$int \leq float$

$f: int \to int$

$f: float \to float$?

$f(3.4)$

$$\frac{A_2 \leq A_1 \qquad B_1 \leq B_2}{\underbrace{A_1 \to B_1}_{f} \leq A_2 \to B_2}$$

$$
\begin{array}{ccc}
f: & A_1 & \longrightarrow & B_1 \\
 & \lor\!\!\!/ & & \land \\
 & e:A_2 & & B_2
\end{array}
$$

$f(e)$

$A \longrightarrow B \longleftarrow$ kovariantno

$\uparrow$ kontravariantni argument za $\leq$

Podtipi in zapisi

$A := \{ x : float ; y : float \}$ tip zapisa

$p := \{ x = 3.14 ; y = 7.8 \}$ zapis

$p : A$

$B := \{ x: float ; y: float ; z: float \}$
$q := \{ x = 0.1 ; y = 0.2 ; z = 0.3 \}$

$A \leq B$?! $B \leq A$ ✓

p.z

Podtip zapisov v širino (width subtyping)

$$\frac{\forall i \leq m. \exists j \leq n. \; k_i = l_j \land B_i = A_j}{\{ l_1 : A_1 ; \ldots ; l_n : A_n \} \leq \{ k_1 : B_1 ; \ldots ; k_m : B_m \}}$$

Za vsako polje $k_i : B_i$ obstaja polje $l_j : A_j$,

da velja $k_i = l_j$ in $B_i = A_j$

imeni polj se ujemata   tipa sta enaka

Primeri:

$$\{ x : \text{foat} \; ; \; z : \text{float} \; ; \; y : \text{float} \} \; \leq \; \{ x : \text{float} \; ; \; y : \text{float} \} \quad \checkmark ?$$

$\underset{①}{}$ $\underset{②}{}$ $\underset{③}{}$ $\underset{②}{}$

$$\{ x : \text{float} \; ; \; b : \text{bool} \} \; \leq \; \{ \} \quad \checkmark$$

Podtip zapisov **v globino** :

Predpostavimo : $\text{int} \leq \text{float}$

$$\{ x : \text{int} \; ; \; y : \text{int} \} \; \leq \; \{ x : \text{float} \; ; \; y : \text{float} \} \qquad ?$$

$p = \{ x = 7 \; ; \; y = 8 \}$

$p.x : \text{int} \leq \text{float}$
$p.y : \text{int} \leq \text{float}$

$$\frac{n = m \qquad \forall i \leq m. \, \exists j \leq n. \; k_i = l_j \; \wedge \; A_j \leq B_i}{\{ l_1 : A_1 \; ; \; \dots \; ; \; l_n : A_n \} \; \leq \; \{ k_1 : B_1 \; ; \; \dots \; ; \; k_m : B_m \}}$$

Podtipi zapisov v **širino in globino** :

$$\frac{\forall i \leq m. \, \exists j \leq n. \; k_i = l_j \; \wedge \; \textcolor{blue}{A_j \leq B_i}}{\{ l_1 : A_1 \; ; \; \dots \; ; \; l_n : A_n \} \; \leq \; \{ k_1 : B_1 \; ; \; \dots \; ; \; k_m : B_m \}}$$

za vsako polje $k_i : B_i$ obstaja polje $l_j : A_j$,

da $k_i = l_j$ in $A_j \leq B_i$.

Primeri: predpostavimo $\text{int} \leq \text{float}$

$$\{ x : \text{int} \; ; \; z : \text{float} \; ; \; y : \text{float} \} \; \leq \; \{ x : \text{float} \; ; \; y : \text{float} \} \qquad \checkmark$$

$\underset{①\;\text{int} \leq \text{float}}{}$ $\underset{②\;\text{float} \leq \text{float}}{}$ $\underset{①}{}$ $\underset{②}{}$

✓   ✓

$$\{ a : \{ x : int; y : float \}; b : \{ u : int \} \} \leq \{ b : \{ \}; a : \{ y : float \} \} \ ?$$

① $\{ x : int; y : float \} \leq \{ y : float \}$ ✓

① $\{ u : int \} \leq \{ \}$ ✓

① float ≤ float

$$\{ x : int \} \longrightarrow \{ y : \{ u : float \}; z : int \} \quad \leq \quad \{ x : int; y : int \} \longrightarrow \{ y : \{ \}; z : int \}$$

A_1 B_1 A_2 B_2

$$\frac{A_2 \leq A_1 \qquad B_1 \leq B_2}{A_1 \to B_1 \ \leq \ A_2 \to B_2}$$

① $\{ x : int; y : int \} \leq \{ x : int \}$ ✓

⓪ int ≤ int

② $\{ y : \{ u : float \}; z : int \} \leq \{ y : \{ \}; z : int \}$ ✓

① $\{ u : float \} \leq \{ \}$ ✓

Spremenljiva polja :

$A = \{ \text{mutable } x : int \}$

$B = \{ \text{mutable } x : float \}$

$q = \{ x = 4.7 \} : B$

$q.x = 4.7 : float$

$q.x \leftarrow 3.14$ ✓

$q.x \leftarrow 42$ ✓ $\quad 42 : int \leq float$

$p = \{ x = 42 \} : A$

$p.x = 42 : int \leq float$ ✓

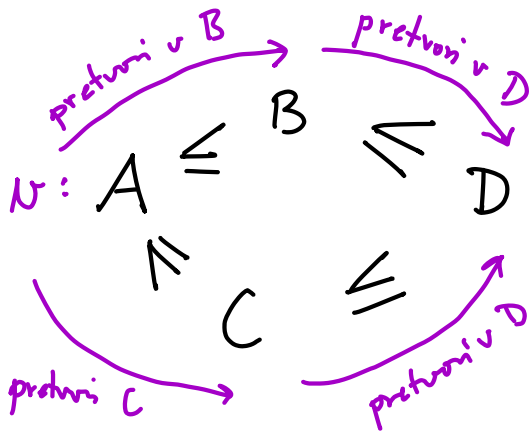$p.x \leftarrow 3.14$ ✗ $\quad 3.14 : float \not\leq int$?

Ugotovili smo :

- dostop do polja v zapisu je kovarianten

- spreminjanje polja v zapisu je kontravariantno

Za polja, ki jih lahko spreminjamo ne velja pravilo za podtipe v globino. (V širino velja.)

$$A \leq B$$

"vrednosti tipa A lahko
samodejno pretvorimo v
v vrednosti tipa B."

$N:$
$$A \overset{\leq}{\underset{\leq}{}} B$$
pretvori v B
pretvori v D
C
pretvori C
pretvori v D

Ali obakrat dobimo isto vrednost v D?

Objekti

$$\text{this} = \{\; x: \text{float} \;;$$
$$y: \text{float} \;;$$
$$\text{norm}: \text{fun}() \rightarrow \sqrt{\text{this}.x^2 + \text{this}.y^2} \;\}$$

Objekt = rekurziven zapis

Podtipi

Strukturni (duck typing)

$A \leq B$

pogledamo __strukturo__ A in B

$\{x : int ; y : float\} \leq \{x : int\}$

Nominalni

Relcija $\leq$ je določena s hierhijo podrazredov

$A \leq B$

pogledamo __ime__ razredov A in B

Class C { int x }

Class D { int x ; float y }

class E extends C { float y }

NOMINALNO:

$E \leq C$ ✓

$D \leq C$ ✗

STRUKTURNO:

$E \leq C$ ✓

$D \leq C$ ✓