

Izpeljava tipov

Tip podatka pove, kakšna je struktura podatka.

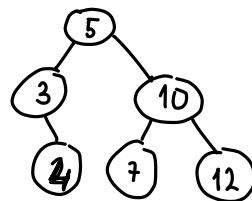
p : int × bool → struktura (je urejeni par, ...)

p : { n : int | $\underbrace{n \text{ je prastevilo}}_{\text{lastnost}}$ }

$$n \neq 1 \wedge \exists k, j \in \mathbb{N}. k, j > 1 \wedge n = k \cdot j$$

Iskalno drevo:

- dvojično drevo (struktura)
- "iskalno": levo so manjši, desno večji (lastnost)



Vrste tipov

- strukturni tipi: vsak izraz ima natanino določen tip
(Java, OCaml, Haskell)

(protiprimari: λ -račun, assembler)

- statični / dinamični

preveri jih
prevajalnik (tolmač)
pred izvajanjem programa

(Java, OCaml, C/C++, Haskell)

preverjajo se med izvajanjem
(Python, Javascript, Scheme, ...)

Preverjanje tipov : programer poda tip (spremenljivk, funkcij)

Java, C/C++, ... prevajalnik prevari, da se tipi skladajo

Python

public static int f(String s) {

s. metoda()

}

↑ Ali String ima
tu metodo?

Izpeljava tipov : Prevajalnik sam ugotovi tip izratov (spremenljivk, funkcij)

Java:

int x = 5;

OCaml

let x = 5

ugotovi, da je x:int

Ali naj programer zapise tip spremenljivke, funkcije, ?

public static int f(int x, int y) {
 return 5*x+y;
}

let f x y = 5*x + y

↳ izpelje

int → int → int

$f :: \text{Int} \rightarrow \text{Int} \rightarrow \text{Int}$

$f x y = 5 * x + y$

Kakšnega tipa je

5

int, unsigned int, Integer, float
byte

$\text{fun } x \rightarrow x$
 int \rightarrow int
 float \rightarrow float
 int * float \rightarrow int * float

$\alpha \rightarrow \alpha$ za poljuben tip α
 parametreni tip
 polimorfnii tip

monomorfnii tip \rightarrow opisuje natanco eno vrst/stukturo podatkov
 polimorfnii tip \rightarrow opisuje več možnih vrst/stuktur podatkov

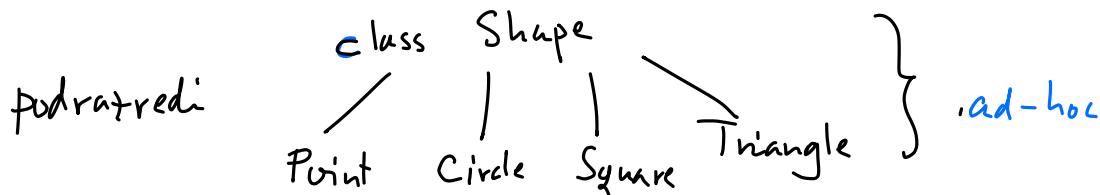
Polimorfizem \rightarrow (podatek ima) več oblik

\hookrightarrow parametreni : možne "oblike" (konkretni tipi)
 opisemo s parametri, ki posredujo
 "poljuben tip"

\hookrightarrow ad hoc : nabor možnih "oblik" (tipov)
 podamo konkretno (nastojemo načinosti)

public class Cow<T> { ... }
 ↑
 parameter (T poljuben)

public class Rabbit<T extends Animal> { ... }
 ↑
 omejen parameter
 (T mora biti podvrsta
 Animal)



Parametrični tipi = tipi vsebujejo parametre $\alpha, \beta, \gamma \dots$
 (OCaml: 'a, 'b, 'foo, ...)
 (Haskell: a, b, c,)

fun $(\underset{\text{int}}{x}, \underset{\text{bool}}{y}, \underset{\alpha \text{ list}}{z}) \rightarrow (z, y, x+2)$ tip?
 $\text{int} * \text{bool} * \alpha \text{ list} \rightarrow \alpha \text{ list} * \text{bool} * \text{int}$
 $\text{int} * \beta * \beta \rightarrow \beta * \beta * \text{int}$

Najbolj splošen tip: $\text{int} * \alpha * \beta \rightarrow \beta * \alpha * \text{int}$
 Vsak drug tip dobimo tako, da vstavimo
 neke tipove za α in β :
 $\alpha = \text{bool}$ $\beta = \alpha \text{ list}$
 $\alpha = \beta$ $\beta = \beta$

GLAVNI TIP izraza e

tisti tip, ki je najbolj splošen:
 Vse ostale tipove, ki jih ima e, dobimo iz glavnega
 z vstavljanjem tipov za parametre

Izpeljava tipa:

e \rightsquigarrow ugotovimo (izpeljemo) tip e
 false \rightsquigarrow bool
 $[3; 5; 8]$ \rightsquigarrow int list

fun $x \rightarrow x$ \rightsquigarrow $\begin{cases} \text{int} \rightarrow \text{int} \\ \text{bool} \rightarrow \text{bool} \\ \vdots \\ \beta * \gamma \rightarrow \beta * \gamma \end{cases}$ } glavni tip $\alpha \rightarrow \alpha$
 3 + false NIMA TIPE

Naloga: izražu e dologi glavni tip, ali ugotovi da e nima tipa

if $x < 7$ then 15 else []
↓ ↓
int α list

fun x $y \rightarrow$ if $\underbrace{3 < 5}_{\text{int} \quad \text{int}}$ then x else y

$$\text{KANDIDAT } \exists A \text{ TIP: } \alpha \rightarrow \beta \rightarrow \alpha \quad \text{ERWARTET: } \left\{ \begin{array}{l} \text{bool} = \text{bool} \\ \alpha = \beta \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned}
 \alpha &= \text{int} \times \alpha \quad ? \\
 &= \text{int} \times (\text{int} \times \alpha) \\
 &= \text{int} \times (\text{int} \times (\text{int} \times \alpha)) \\
 &\vdots \\
 &= \text{int} \times (\text{int} \times (\text{int} \times (\dots)))
 \end{aligned}$$

Primer:

$$\text{fun } x \underset{\alpha}{\rightarrow} x + 3$$

$\underbrace{\alpha}_{\text{int}}$

$\alpha \rightarrow \text{int}$

int \rightarrow int ODGOVOR

$\alpha = \text{int} \checkmark$
$\text{int} = \text{int} \checkmark$

Rešitev:
 $\alpha \mapsto \text{int}$

Primer:

$$\text{if } 3 < 5 \text{ then } (\text{fun } x \underset{\alpha}{\rightarrow} x) \text{ else } (\text{fun } y \underset{\beta}{\rightarrow} y + 3)$$

$\underbrace{\alpha}_{\alpha \rightarrow \alpha}$

$$\begin{array}{c} \text{int} \\ \checkmark \\ \text{int} \\ \checkmark \\ \text{bool} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \beta \\ \uparrow \\ \text{int} \\ \checkmark \\ \text{int} \end{array}$$

$\alpha \rightarrow \alpha$ KANDIDAT

$$\beta = \text{int}$$

$$\alpha \rightarrow \alpha = \beta \rightarrow \text{int}$$

1. $\beta = \text{int} \checkmark$
2. $\alpha \rightarrow \alpha = \beta \rightarrow \text{int} \checkmark$
- 2.1. $\alpha = \beta \rightarrow \alpha = \text{int} \checkmark$
- 2.2. $\alpha = \text{int} \rightarrow \text{int} = \text{int}$

OBRANAVAMO: $\alpha \rightarrow \alpha = \beta \rightarrow \text{int}$

- ↳ 2.1. $\alpha = \beta$
2.2. $\alpha = \text{int}$

REŠITEV:

$$\begin{array}{l} \beta \mapsto \text{int} \\ \alpha \mapsto \text{int} \end{array}$$

OBR. 1 $\beta = \text{int}$

OBR. 2.1 $\alpha = \text{int}$

OBR. 2.2 $\text{int} = \text{int} \checkmark$

VSTAVIMO
v KANDIDATA

int \rightarrow int

PRIMER: $\lambda f x . f(f x)$

$$\text{fun } f \underset{\alpha}{\rightarrow} \text{fun } x \underset{\beta}{\rightarrow} f \underset{\alpha}{(} f \underset{\beta}{(} x \underset{\gamma}{)}$$

$\underbrace{\gamma}_{\delta}$

$\beta \rightarrow \delta$

$$\begin{array}{l} \alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \delta) \\ (\beta \rightarrow \gamma) \rightarrow (\beta \rightarrow \delta) \\ (\gamma \rightarrow \gamma) \rightarrow (\gamma \rightarrow \delta) \end{array}$$

- Enačbe:
- ✓ 1. $\alpha = \beta \rightarrow \gamma$
 - ✓ 2. $\alpha = \gamma \rightarrow \delta$
 - ✓ 2.1 $\beta = \gamma$
2.2 $\gamma = \delta$

Rešitev:

$$\begin{array}{l} \alpha \mapsto \beta \rightarrow \gamma \\ \beta \mapsto \gamma \\ \gamma \mapsto \delta \end{array}$$

$(\gamma \rightarrow \gamma) \rightarrow (\gamma \rightarrow \gamma)$ OD GOVOR

Primer:

fun $x \rightarrow (\text{snd } x + 2, \text{fst } x)$

Ugatemo: $\alpha * \text{int} \rightarrow \text{int} * \alpha$

fun $x \rightarrow (\underbrace{\text{snd } x + 2}_{\begin{array}{l} \alpha \\ \gamma = \text{int} \\ \text{int} \end{array}}, \underbrace{\text{fst } x}_{\begin{array}{l} \beta \\ \text{print} \\ \beta \end{array}})$

$\alpha = \beta * \gamma \checkmark$
 $\gamma = \text{int} \checkmark$

$(\beta * \text{int} = \delta * \varepsilon)$
 $\delta = \beta \quad \text{int} = \varepsilon$

$\underbrace{\alpha * \text{int} \rightarrow \text{int} * \beta}$

Primer:

fun $f \ x \rightarrow f(\underbrace{x, 3}_{\begin{array}{l} \beta \\ \beta * \text{int} \end{array}})$

1. $\alpha = \beta * \text{int} \rightarrow \gamma \checkmark$

$(\beta * \text{int} \rightarrow \gamma) \rightarrow \beta \rightarrow \gamma$

fun $x \rightarrow x \ x$

$\boxed{\alpha = \alpha \rightarrow \beta}$

α se pojavlja na desni
NI RESITVE.

$\alpha = (\dots \ p) \rightarrow p \rightarrow \beta$