

izpeljava tipov

1. april 2020

f: $\text{int} \rightarrow \text{bool}$

Prog. jezik: λ -račun brez tipov (ima samo en tip U "universalni tip")
brez tipov zbirnik (assembler)

Kako striktni so tipi

- striktni - vsak izraz/vrednost ima tip
OCaml, Haskell, Java, C++
- manj striktni - Javascript, Python

Dinamični in statični tipi

Delitev glede na fazo, kdaj se tipi preverjajo:

- statični: tipe izrazov preveri preverjalnik ob preverjanju C, C++, Java, C#, OCaml, Haskell
- dinamični: tipi se preverjajo med izvajanjem programa
Scheme, Racket, Javascript, Python, BASIC

Tipi :: mehanizem za odkrivanje napak

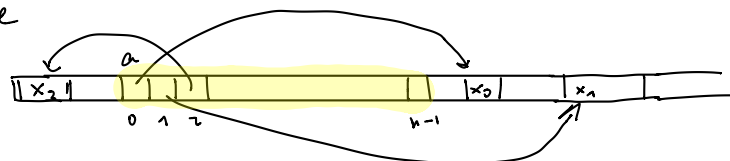
- sredstvo za opis kode in podajanje (preprostih) specifikacij
- tipi kot sredstvo za optimizacijo

(a) striktni tipi: $\begin{matrix} 64 & 64 \\ (\text{int} \times \text{float}) \text{ array} \\ \text{float}[] \end{matrix}$

preverjalnik
ugotovi natančno
vrstnoreditev v RAM



(b) nimamo striktnih: tuple



Preverjanje & izpeljevanje tipov

- Preverja: programer zapiše tipe spremenljivk, funkcij, atributov, prog. jezika preveri, da je res tako

`int[] a = 42;` ← Java preveri, ali ima 42 tip `int[]`

- Izpeljemo: programski jezik sam izpelje (ugotovi) tipe.

`MojRatred<Banana, List<Integer>> x = new MojRatred<Banana, List<Integer>>();`
`var x = new MojRatred<Banana, List<Integer>>();`

Monomorfni & polimorfni tipi

- monomorfni: vsak izraz ima največ en tip ^{Java}
- polimorfni: izraz ima lahko več tipov ^{OCaml, Haskell}

$\text{map } f [x_0; \dots; x_n] = [fx_0; \dots; fx_n]$

Izpeljava tipov

Kateri tip ima

$\lambda x. x$

$\text{fun } x \rightarrow x$?

$\text{int} \rightarrow \text{int}$ $\beta = \text{int}$

$\text{bool} \rightarrow \text{bool}$ $\beta = \text{bool}$

$\text{int} \times \text{int} \rightarrow \text{int} \times \text{int}$ $\beta = \text{int} \times \text{int}$

$\alpha \text{ list} \rightarrow \alpha \text{ list}$ $\beta = \alpha \text{ list}$ (α poljubno)

glavni $\rightarrow \beta \rightarrow \beta$

(β poljubno)
↑
parameter

Tip izraza je glavni, če ne ostale tipe tega izraza dobimo tako, da v glavnem tipu parametre zamenjamo s tipi.

$$\text{fun } (x, y) \rightarrow (y, x+3)$$

$$\text{int} \times \text{bool} \rightarrow \text{bool} \times \text{int}$$

$$\text{int} \times \alpha \rightarrow \alpha \times \text{int}$$

$$\text{fun } f \underset{\alpha \rightarrow \beta}{g} x \rightarrow \underbrace{f(g x)}_{\gamma}$$

$$(\beta \rightarrow \gamma) \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \alpha \rightarrow \gamma$$

$$\text{fun } f x \rightarrow f x$$

$$: \underbrace{(\alpha \rightarrow \beta)}_f \rightarrow \underbrace{\alpha}_x \rightarrow \beta$$

Parametrični polimorfizem: v tipih nastopajo parametri $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ ki označujejo poljubne tipe.

Izpeljava glavnega tipa

Naloga: za dani izraz izračunaj njegov glavni tip

Omejimo se na: $\text{int}, \text{bool}, A \times B, A \rightarrow B$

INPUT: izraz e

Dve fazi:

1. Izračunamo kandidata T za tip e in dobimo sistem enačb E .
2. Rešimo sistem E (zduževanje, unification)

↙
ni rešitve
 e nima tipa

↘
je rešitev R
upoštevamo νT in dobimo glavni tip e

Prva faza

if $3 < 5$ then (fun $x \rightarrow x$) else (fun $y \rightarrow y + 3$)

$$\begin{array}{ccc} e_1 & + & e_2 \\ \downarrow & & \downarrow \\ \tau_1 & & \tau_2 \\ E_1 & & E_2 \end{array} \quad \text{ima tip } \text{int}, \text{ enačbe } \begin{array}{l} \tau_1 = \text{int} \\ \tau_2 = \text{int} \\ E_1 \\ E_2 \end{array}$$

if e_1 then e_2 else e_3

$$\begin{array}{l} e_1 \rightarrow \tau_1, E_1 \\ e_2 \rightarrow \tau_2, E_2 \\ e_3 \rightarrow \tau_3, E_3 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} e_1 \rightarrow \tau_1, E_1 \\ e_2 \rightarrow \tau_2, E_2 \\ e_3 \rightarrow \tau_3, E_3 \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{enačbe:} \\ E_1, E_2, E_3 \\ \tau_1 = \text{bool} \\ \tau_2 = \tau_3 \\ \text{tip: } \tau_2 \end{array}$$

fst e

enačbe $\frac{E}{T} = \alpha \times \beta$

α, β novi izrazi

$e \rightsquigarrow T, E$

rekurzivni klic, ki
izračuna tip e, to je T,
hlajati vrne enačbe E,
ki jim moramo zadošiti

tip fst e : α

enačbe: $\text{bool} = \text{int}, \text{int} = \text{int}, \beta \times \gamma = \text{int} \times \text{int}$

tip: β

Primer:

imamo spremenljivko $x : \text{bool}$

$\text{fst } (3, x+2)$

$3 \rightsquigarrow \text{int}, \emptyset$
 $x+2 \rightsquigarrow \text{int}, \{\text{bool} = \text{int}, \text{int} = \text{int}\}$

$\swarrow$ $\searrow$
 bool int

E_1 E_2

$(3, x+2)$ ima tip $\text{int} \times \text{int}, \{\text{bool} = \text{int}, \text{int} = \text{int}\}$

$\alpha = \text{int} \times \beta$

$\alpha = \text{int} \rightarrow \alpha$
 $= \text{int} \rightarrow (\text{int} \rightarrow \alpha)$
 $= \text{int} \rightarrow (\text{int} \rightarrow (\text{int} \rightarrow \dots))$

Naloga:

$\frac{\alpha \rightarrow \text{int}}{\text{fun } x \rightarrow x+3}$

- Faza 1:
- spremenljivka $x : \alpha$
 - izračunamo: $x+3 \rightsquigarrow \text{int}$
- $\swarrow$ $\searrow$
 α int

- Očaml pravi $\text{int} \rightarrow \text{int}$
- Itak je očitno $\text{int} \rightarrow \text{int}$

Enačbe:
 $\alpha = \text{int}$
 $\text{int} = \text{int}$

Odgovor: $\alpha \rightarrow \text{int}$
 $\text{int} \rightarrow \text{int}$

Faza 2: $\alpha = \text{int}$
 $\text{int} = \text{int}$

Rešitev:
 $\alpha \mapsto \text{int}$

Naloga:

$\frac{\alpha \rightarrow \alpha}{\text{fun } x \rightarrow x}$

Faza 1: $\alpha \rightarrow \alpha$

Naloga:

$\text{fun } f \ x \rightarrow f(f\ x)$

$\alpha \ \beta \ \gamma \ \delta$

$\alpha \rightarrow \beta \rightarrow \delta$

Enačbe a) $\alpha = \beta \rightarrow \gamma$ ✓

Rešitev:

- b) $\alpha = \gamma \rightarrow \delta$ ustavimo rešitev za α
c) $\beta \rightarrow \gamma = \gamma \rightarrow \delta$ ✓
d) $\beta = \gamma$ ✓

$\alpha \mapsto (\beta \rightarrow \gamma)$
 $\beta \mapsto \gamma$

$$\begin{aligned}
 (\beta \rightarrow \gamma) &\rightarrow \beta \rightarrow \delta \\
 (\gamma \rightarrow \gamma) &\rightarrow \gamma \rightarrow \delta \\
 (\delta \rightarrow \delta) &\rightarrow \delta \rightarrow \delta
 \end{aligned}$$

$$e) \gamma = \delta \checkmark$$

$$\gamma \mapsto \delta$$

imeli smo $\alpha = \gamma \rightarrow \delta$

haki smo reziter $\alpha \mapsto (\beta \rightarrow \gamma)$

zato smo enaibo $\alpha = \gamma \rightarrow \delta$ nadomestili z

$$\beta \rightarrow \gamma = \gamma \rightarrow \delta$$

Naloga:

if $\underbrace{3 < 5}_{\text{bool}}$ then $(\text{fun } \underbrace{x \rightarrow x}_{\alpha \rightarrow \alpha})$ else $(\text{fun } \underbrace{y \rightarrow y + 3}_{\beta \rightarrow \text{int}})$

$\underbrace{\alpha \rightarrow \alpha}_{\text{int} \rightarrow \text{int}}$ ODGOVOR

Enaibo:

$$\beta = \text{int}$$

$$\alpha \rightarrow \alpha = \beta \rightarrow \text{int}$$

Resujem:

$$1. \beta = \text{int} \checkmark$$

$$2. \alpha \rightarrow \alpha = \beta \rightarrow \text{int}$$

predelamo v

$$\alpha \rightarrow \alpha = \text{int} \rightarrow \text{int}$$

2.1

2.2

} razpade na

2.1.

$$\alpha = \text{int} \checkmark$$

2.2.

$$\alpha = \text{int}$$

$$\text{int} = \text{int} \checkmark$$

Resitev:

$$\beta \mapsto \text{int}$$

$$\alpha \mapsto \text{int}$$