

# Podtipi & objekti

Polimorfizem:

izraz ima več tipov

Podtipi:

če ima izraz e tip A in je A podtip od B,  
potem lahko e uporabljamo, kot da bi imel tip B.

Ideja: A je podtip B, če lahko vrednosti tipa A  
uporabljamo, kot da bi imeli tip B.

Pisanje

$$A \leq B \quad \begin{array}{l} "A je podtip B" \\ "B je nadtip A" \end{array}$$

V nekaterih jezikih:

$$\begin{array}{ll} \text{int} \leq \text{float} & \\ \text{bool} \leq \text{int} \quad ? & \left( \begin{array}{l} \text{false} \rightarrow 0 \\ \text{true} \rightarrow 1 \end{array} \right) \\ & \Rightarrow \text{true} + ? \end{array}$$

Spljščna pravila

$$\cancel{(x+y) \cdot z = x \cdot z + y \cdot z}$$

$$\frac{}{A \leq A} \text{refleksivnost}$$

$$\frac{A \leq B \quad B \leq C}{A \leq C} \text{transitivnost}$$

$$? \quad \frac{A \leq B \quad B \leq A}{A = B} \quad \text{antisimetričnost}$$

Običajno te lastnosti  
za podtipne ne privzemamo.

Primer:

$$\text{int} \leq \text{float}$$

$$\text{float} \leq \text{int}$$

Pravila za produkt

$$\frac{A_1 \leq B_1 \quad A_2 \leq B_2}{A_1 \times A_2 \leq B_1 \times B_2}$$

Za funkcijski tip

$$\frac{B_1 \leq A_1 \quad A_2 \leq B_2}{A_1 \rightarrow A_2 \leq B_1 \rightarrow B_2}$$

$$f: A_1 \rightarrow A_2$$

$$b: B_1 \text{ in } \frac{A_1 \leq B_1}{B_1 \leq A_1}$$

$$f b: A_2$$

(obrni smr. smisel)

Pravimo, da je  $A \rightarrow B$  kontravarianten w argumentu A in kovarianten w argumentu B.  
(obrni smr. smisel)

Primer: Dovemo, da je  $\text{int} \leq \text{float}$ . Ali velja

$$( \underset{2)}{\text{int}} \rightarrow \underset{1)}{\text{float}} ) \rightarrow \underset{1)}{\text{float}} \leq ( \underset{2)}{\text{float}} \rightarrow \underset{1)}{\text{float}} ) \rightarrow \underset{1)}{\text{float}} ?$$

Preverimo:

$$1) \quad \text{float} \leq \text{float} \quad \checkmark$$

$$2) \quad \underset{2.2)}{\text{float}} \rightarrow \underset{2.1)}{\text{float}} \leq \underset{2.2)}{\text{int}} \rightarrow \underset{2.1)}{\text{float}}$$

$$\begin{aligned} 2.1) & \quad \text{float} \leq \text{float} \quad \checkmark \\ 2.2) & \quad \text{int} \leq \text{float} \quad \checkmark \end{aligned}$$



Priuar:  $F := \lambda f: \text{int} \rightarrow \text{float} . \quad f(0) + f(1) + f(2)$   
 $\qquad\qquad\qquad (\text{int} \rightarrow \text{float}) \rightarrow \text{float}$

$F \cos = \cos 0 + \cos 1 + \cos 2 : \text{float}$  ✓  
float → float ?

## Složno pravilo:

(subsumption)

$$\frac{e : A \quad A \leq B}{e : B}$$

To pravilo lzeho rámceho na dva následující:

- 1.) e dejansho ima tip A in tip B
  - 2.) e lahko preverino iz tipa A v tip B  
(coercion, cast)

Tu gre za implicitu pretvorbo (nismo označili deictiva, da je e pretvorjen)

## Explanatory preverb:

- Java:
    - class B { ... }
    - class A extends B { ... }

$A \leftarrow \text{new } A(\dots)$  ;

$$B \cdot e' = \underbrace{(A) e}_{\text{eksplicitna prefvorba}}$$

- C:       $\text{int } x = 5;$        $\text{float } y = 3.14;$   
               $(\text{float})x$        $(\text{int})y$

## Podtipi in zapisi

Ponovimo:      produkt       $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$   
 $(e_1, e_2, \dots, e_n)$   
 $e_1 : A_1, e_2 : A_2, \dots, e_n : A_n$

Zapis:       $\{l_1 : A_1; l_2 : A_2; \dots; l_n : A_n\}$       tip zapisca  
 $(record type)$   
 $\{l_1 = e_1; l_2 = e_2; \dots; l_n = e_n\}$       zapis  
 $\uparrow \quad \uparrow \quad \rightarrow$       (record)  
 polja zapisca

Če imamo  $e : \{l_1 : A_1; l_2 : A_2; \dots; l_n : A_n\}$  lahko  
 $e.l_i : A_i$       projekcijamo polje  $l_i$ .

Pravila za podtipe zapisov:

$A = \{x : \text{float}; y : \text{float}\}$        $e : A$   
 $B = \{x : \text{float}; y : \text{float}; z : \text{float}\}$        $e.x$   
 $e.y$

Če imamo  $p : A$ , ali jo lahko uporabimo, kot da ima tip  $B$ ?

Problem:       $p.z$       napaka

Če imamo  $q : B$ , ali ga lahko uporabimo, kot da ima tip  $A$ ?

Da:  $q.x \checkmark$       Shlep:  $B \leq A$   
 $q.y \checkmark$

Podtip po širini:

Ohranjava:

$$\{l_1:A_1; l_2:A_2; \dots; l_n:A_n\}$$

$$\equiv \{l_i:A_i\}_{i=1}^n$$

za vsak  $j$  obstaja  $i$ , da velja

$$l_i = k_j \text{ in } A_i = B_j$$

$$\{l_i:A_i\}_{i=1}^m \leq \{k_j:B_j\}_{j=1}^m$$

Priimek:  $\{x:\underline{\text{int}}; z:\underline{\text{bool}}; y:\underline{\text{float}}\} \leq \{x:\underline{\text{int}}; y:\underline{\text{float}}\}$ ? Da.

Vaja: Ali obstaja tip zapisa  $\{k_j:B_j\}_{j=1}^m$ , ki je nadtip vseh ostalih tipov zapisov?

Da: prazen zapis

$$\{l_i:A_i\}_{i=1}^m \leq \{\}$$

Podtipi zapisov po globini

Rečimo  $\text{int} \leq \text{float}$ .

$$A = \{x: \text{int}; y: \text{int}\}$$

$$B = \{x: \text{float}; y: \text{float}\}$$

Pričakujemo  $A \leq B$  ker lahko pretvorimo polje:

$$e : A$$

$$e.x: \text{int} \leq \text{float}$$

$$e.y: \text{int} \leq \text{float}$$

Prašilo:

za vsak  $j$  obstaja  $i$ , da je

$$k_j = l_i \text{ in } A_i \leq B_j$$

$$\{l_i:A_i\}_{i=1}^m \leq \{k_j:B_j\}_{j=1}^m$$

Primer:  $\{y:\text{int} ; x:\text{float}\} \leq \{x:\text{float} ; y:\text{float}\}$  ?

float  $\leq$  float? ✓  
int  $\leq$  float? ✓

Da.

Kombinirano pravilo za širino in globino:

za vsak j obstaja i, da velja

$$l_i = k_j \text{ in } A_i \leq B_j$$

$$\{l_i : A_i\}_{i=1}^m \leq \{k_j : B_j\}_{j=1}^m$$

Zapisi s spremenljivimi polji

q:  $\{x:\text{int} ; y:\text{int}\}$  ne moremo spremeniti vrednosti polj q

p:  $\{\text{mutable } x:\text{int} ; \text{mutable } y:\text{int}\}$  lahko spremenimo:  
 $p.x \leftarrow 20$

Primer:

$$A = \{\text{mutable } x:\text{int} ; \text{mutable } y:\text{int}\}$$

$$B = \{\text{mutable } x:\text{int}\}$$

$$A \leq B ? \quad p : A \quad \begin{array}{l} p.x \checkmark \\ p.x \leftarrow 7 \checkmark \end{array}$$

DA.

Podtipi po širini so OK tudi za spremenljiva polja.

Primer:

$$A = \{\text{mutable } x:\text{int} ; \text{mutable } y:\text{int}\}$$

$$B = \{\text{mutable } x:\text{float} ; \text{mutable } y:\text{float}\}$$

$$A \leq B ?$$

$$p : A$$

$$\begin{array}{l} p.x : \text{int} \leq \text{float} \checkmark \text{kovarianca} \\ p.y : \text{int} \leq \text{float} \checkmark \end{array}$$

$$p.x \leftarrow 2.7 \text{ kontravarianca}$$

float  $\leq$  int ne velja!

Predstavi po globini ne delijojo, ker je spremiščanje vrednosti podja kontravariantno.

## Problem koherence podlipov

Denimo, da

$$\frac{e : A \quad A \leq B}{e : B}$$

prevajalnik uveljavi z implicitno pretvorbo  $e \dashv$  iz  $A \vee B$ .

Tetiva:

$$\begin{array}{ccc} & D & \\ \dashv & \vee & \\ B & C & \\ \vee & \leq & \\ & A & \end{array}$$

Imamo dva načina pretvorbe iz  $A \vee D$ :

- 1)  $e : A$  pretvorimo v  
 $e : B$  pretvorimo  
 $e : D$
- 2)  $e : A \rightsquigarrow$   
 $e : C \rightsquigarrow$   
 $e : D$

Ali smo obdržati dobili isto vrednost  $e : D$ ?

V objektnih jezikih:

public class A extends B { .... }

$$\begin{array}{ccc} & D & \\ \leq & \vee & \\ B & C & \\ \vee & \leq & \\ & A & \end{array}$$

public class A extends B, C { .... }

večkratno dedovanje  
(multiple inheritance)

public class B extends D { .... }

public class C extends D { .... }

## Objekti in zapisi

zapis : • polja

objekt : • atributi  
• metode  
• se sklicuje sam nase (this, self...)

Sklicovanje objekta samega nase :

Object

val x = 10      } atributi  
val y = 20

method get-x = x      } metode  
method puty a = (y ← a)

end

public class C {  
    int x; } } atribut  
    int y; }  
    konstruktor { C(...){...} }  
    metoda { int f(...){...} }  
}

Atributi so shitti : tip objekta ne določa atributov  
(vsah objekt ima svoj nabor atributov)

Metode so polja.

Shlec sam nase → rekurzija :      Objekti so rekurzivni zapisi