

# Deklarativno programiranje

## Konstrukcije množic

### Kartezični produkt

$A \times B$  elementi:  $(x, y)$  urejeni par  
 $x \in A, y \in B$

projekciji  $\pi_1: A \times B \rightarrow A$   
 $\pi_2: A \times B \rightarrow B$

Če imamo  $p \in A \times B$ , je  $\pi_1(p) \in A$   
 $\pi_2(p) \in B$

enačbe:  
 $\pi_1(x, y) = x$   
 $\pi_2(x, y) = y$   
 $(\pi_1(p), \pi_2(p)) = p$

Posplošitev:

$A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$

elementi: urejene  $n$ -tovice (nabori)

$(x_1, x_2, \dots, x_n)$

kjer  $x_i \in A_i$

Ali je lahko  $n=0$ ?

elementi: urejene 0-tovice  
 $()$

Prazen produkt:  $1 = \{()\}$

$1 \times A \cong A$   
 $\begin{matrix} \uparrow \\ \text{enota} \end{matrix}$   
 $\begin{matrix} ((), x) \\ \times \end{matrix}$

$$\underbrace{7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 8}_{105} \cdot \underbrace{16}$$

$$\underbrace{7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 8}$$

$$\underbrace{7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 8}_{\cdot 1}$$

# EkspONENT

 $B^A$  $A \rightarrow B$ elementi:  
preslikave iz  $A$  v  $B$ 

→ je desno asociativna

$$A \rightarrow B \rightarrow C = A \rightarrow (B \rightarrow C)$$

## Primeri:

 $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 

funkcije, ki slikajo realna št. v realna št.

sin, cos, exp,

$$x \mapsto 2 \cos(x - \pi/7)$$

$$\lambda x. 2 \cos(x - \pi/7)$$

 $\mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 

realna funkcija dveh spremenljivk

+, ×,

$$(x, y) \mapsto x^2 - y^3$$

$$\lambda(x, y). x^2 - y^3$$

$$f: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(\sqrt{2}, \frac{\pi}{3})$$

$$f(a, b)$$

 $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} =$  $\mathbb{R} \rightarrow (\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R})$ ↑  
sprejme

vrne

funkcija, ki sprejme realno število in vrne funkcijo, ki sprejme realno število in vrne realno število

$$x \mapsto (y \mapsto x^2 - y^3)$$

 $\mathbb{R} \quad \mathbb{R} \quad \mathbb{R}$ 

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(a)(b)$$

$$(f(a))(b)$$

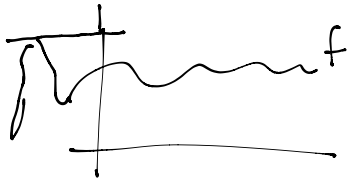
$$f a b$$

$$f(\sqrt{2})(\frac{\pi}{3})$$

$$(f(\sqrt{2}))(\frac{\pi}{3})$$

$$(\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$$

funkcija, ki sprejme  
realno funkcijo ene spremenljivke in  
vrne realno število



Primeri:  $f \mapsto \max f$

$$f \mapsto \int_0^1 f(x) dx$$

Funkcije višjega reda (2. reda):

red 0: števila (osnovni objekti)  $f \mapsto f(0) + f(1)$

red 1: funkcija

red 2: funkcije, ki sprejemajo funkcije

red n: funkcije, ki sprejemajo funkcije reda n-1

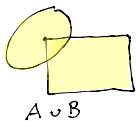
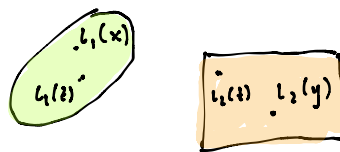
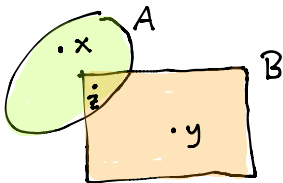
red 0:  $\mathbb{N}$       42

red 1:  $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$        $n \mapsto 2n+7$

red 2:  $(\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}) \rightarrow \mathbb{N}$        $f \mapsto f(0) + f(1) + f(3)$

red 3:  $((\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}) \rightarrow \mathbb{N}) \rightarrow \mathbb{N}$        $G \mapsto G(\lambda n. 2n+7) + G(\lambda n. n)$  ??

Vsota množic, disjunktna unija



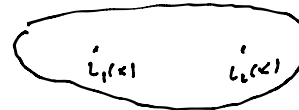
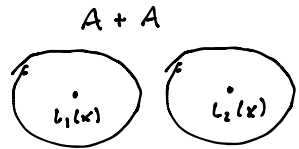
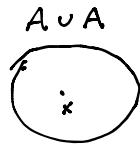
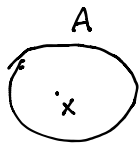
$A + B$

elementi:

$$l_1(x) \quad \text{za } x \in A$$

$$l_2(y) \quad \text{za } y \in B$$

$l_1$  in  $l_2$  oznaki, ki povsta ali je  
element iz A ali iz B



Injekcija:

$$l_1: A \rightarrow A + B$$

$$x \mapsto l_1(x)$$

$$l_2: B \rightarrow A + B$$

$$y \mapsto l_2(y)$$

Primer: spletna trgovina, prodajate izdelke:

- čevlje : barva in velikost
  - posoda : prostornina
  - palica : dolžina
- } izdelki

B množica vseh barv

Izdelki :  $(B \times \mathbb{N}) + \mathbb{N} + \mathbb{N}$

$l_1(\text{rdeča}, 37)$  rdeč čevlj velikosti 37

$l_2(42)$  posoda s prostornino 42

$l_3(42)$  palica dolžine 42

## Podatkovni tipi

Množica : zbirka elementov  $x \in A$

Tip : opiše strukturo podatka  $p: T$   
 "p ima tip T"

## Produktni tipi

( "Miha" , "Novak" , 1985 , 5 , 6 , 73.5 )  
1                    2                    3    4    5    6

## Zapisi

ZAPIS { ime = "Miha" ; priimek = "Novak" ; leto = 1985 ; ... }  
(RECORD)            ime                                    priimek                                    leto  
POLJA (FIELDS, ATTRIBUTES, ...)

TIP ZAPISA { ime : string ; priimek : string ; leto : int ; ... }  
(RECORD TYPE)

## Funkcije

$\lambda x. e$

$\lambda x. \lambda y. e$

fun x → e

fun x → fun y e

fun x y → e