

# Kopice in prioritetne vrste

Priortetna vrsta:

- nova prazna vrsta
- vzemi prvega iz vrste
- ali je vrsta prazna?
- vstavi element  $x$  s prioriteto  $p$  v vrsto

Veljati mora: če ima  $x$  večjo prioriteto kot  $y$ , je prej na vrsti

Naivna implementacija:

Tabela  $[(x_1, p_1), \dots, (x_n, p_n)]$

a) urejena po prioritetah:  $p_1 \geq p_2 \geq \dots \geq p_n$

• vzemi prvega iz vrste  $O(1)$

• vstavi element  $x$  s prioriteto  $p$ :

$O(\log n)$  - poišči mesto v tabeli, kamor ga bomo vstavili  
(z bisekcijo)

$O(n)$  - naredimo "luknjo" tako, da prestavimo  
elemente za 1 mesto

b) ni urejena po prioritetah

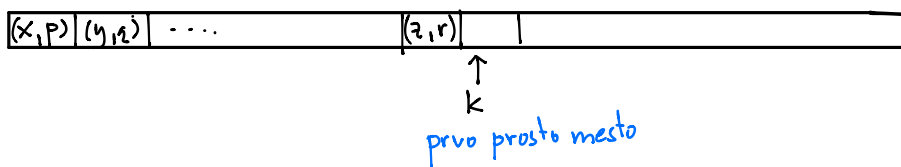
• vzemi prvega iz vrste  $O(n)$

• vstavi (na konec)  $O(1)$

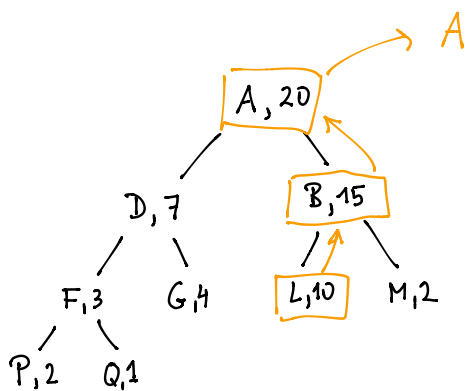
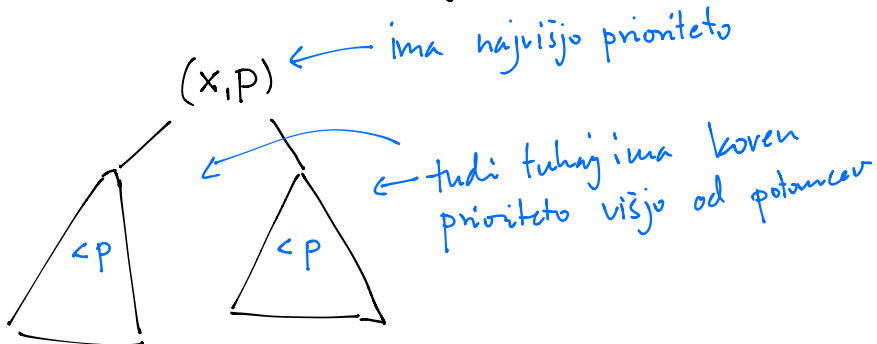
Boljša rešitev: uporabimo kopico

Imamo tabelo

netasedeno



Predstavljamo si, da so elementi razprorejeni v dvojiško dravo:

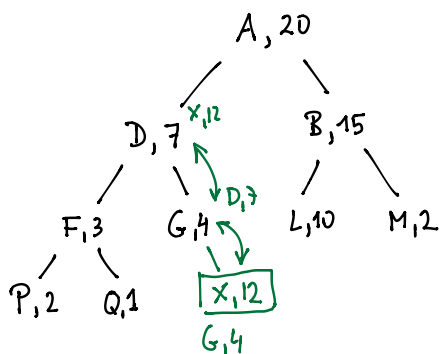


Vzemi prvega iz vrste

- v korenu je luknja
  - izmed obeh sinov izberemo večjega in ga prestavimo v koren
- $O(\text{globina drevesa})$

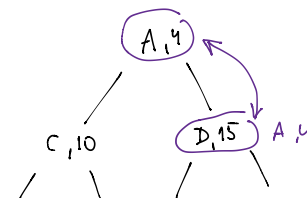
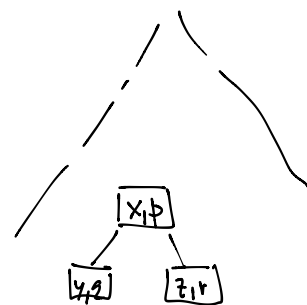
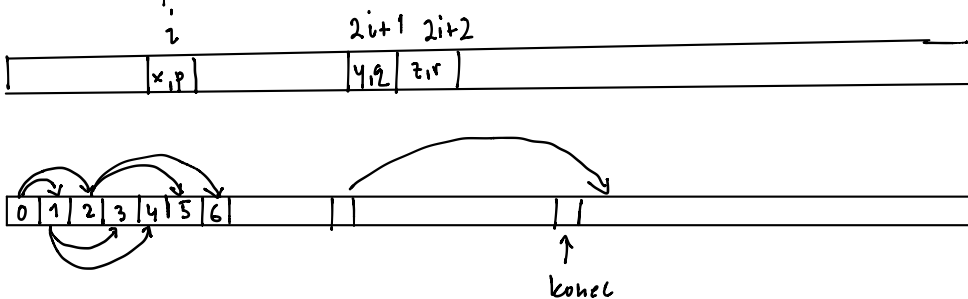
• Dodaj  $x, 12$  v list

• "Porivamo" ga navzgor po drevesu, dokler je prevelik.



$O(\text{globina drevesa})$

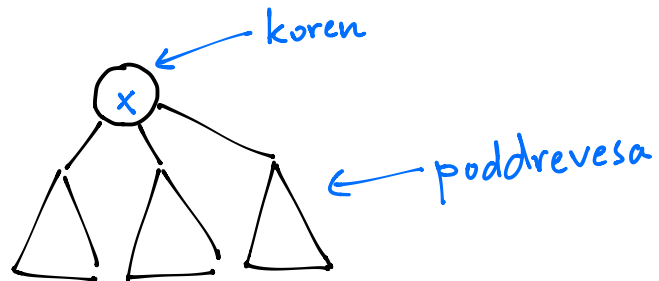
Kopico spravimo v tabelo:



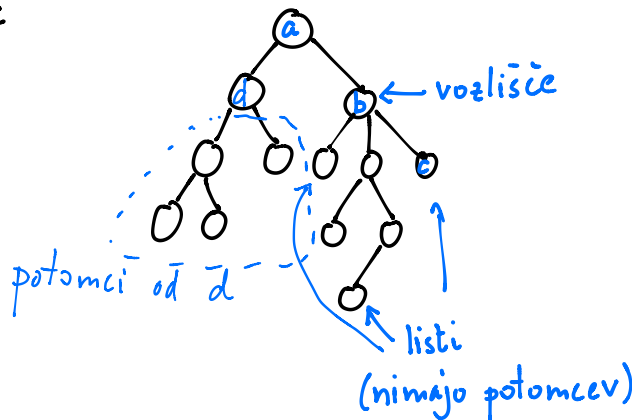
# Drevesa

Podatkovna struktura, rekurzivna:

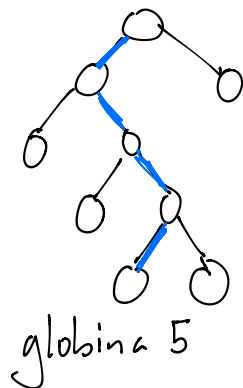
- prazno drevo
- sestavljeno drevo:



Primer:



a je oče od b  
b je sin od a  
d in b sta brata  
a in b sta prednika c



Globina:  
število vozlišč v najdaljši poti  
od korena do lista

Dvojisko drevo:  
vsako vozlišče ima največ dva sinova

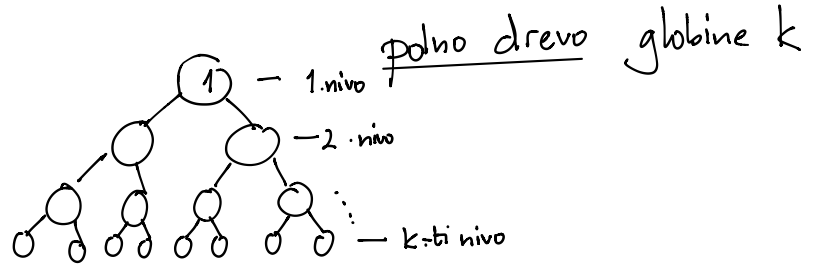
Denimo, da imamo dvojisko drevo z  $n$  vozlišči (velikost je  $n$ ).  
Kakšna je lahko globina?

Najgloblje :



Drevo se ne veji, globina = n

Najmanjša globina:



$$n = 1 + 2 + 4 + \dots + 2^k = 2^{k+1} - 1$$

$$n \approx 2^k$$

$$\text{globina} \approx \log_2 n$$

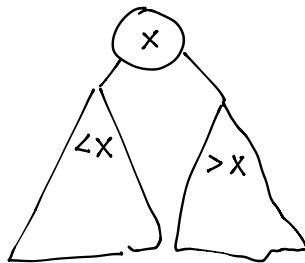
Sklep:

$$\log_2 n \leq \text{globina} \leq n$$

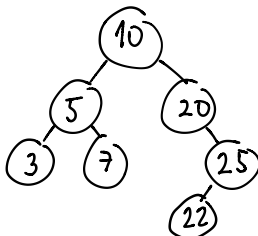
## Iskalna drevesa

Dvojiško drevo je iskalno drevo, če:

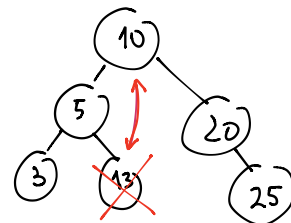
- 1) Vsi potomci na levi so manjši od korena
- 2) Vsi na desni so večji od korena
- 3) Enako velja za obe poddrevesi



Primer:



Protiprimer:

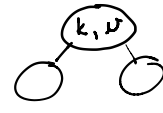


# Osnovne operacije:

- prazno iskalno drevo
- ali je prazno?
- poišči element  $x$  v drevesu
- vstavi element  $x$  v drevo
- zbrisi element  $x$  iz drevesa

# Uporaba:

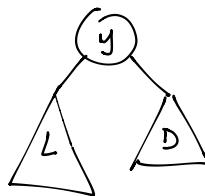
z iskalnim drevesom predstavimo slovar:  
 $\{5:'a', 6:'b', 1:'z', \dots\}$



V vozlišča damo pare (ključ, vrednost) in poskrbimo, da je drevo iskalno glede na ključe

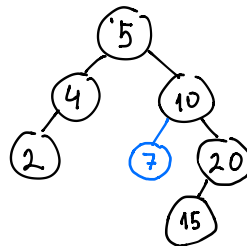
# Poišči $x$ :

if drevo je prazno:  
 $x$  ni v drevesu  
 elseif  $x =$  koren:  
 smo našli  
 elseif  $x <$  koren:  
 išči levo rekurzivno  
 else  $x >$  koren:  
 išči desno



# Vstavi $x$ v drevo:

Vstavimo ga tja, kjer ga bi pričakovali, ko ga iščemo.

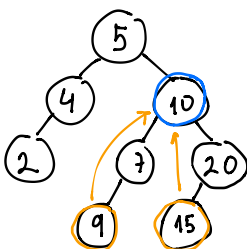


vstavimo 7

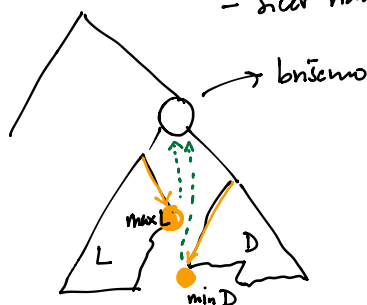
- 1) z bisekcijo poiščemo mesto, kamor ga bomo vstavili
- 2) Ga vstavimo na najdeno mesto

# Zbrisi $x$ iz drevesa:

zbrisi 10



- 1) z bisekcijo poišči  $x$
- 2) Zbrišemo  $x$  in ustvarimo "lehujo"
  - če je  $x$  list, smo končali
  - sicer nadomestimo z največjim v levem ali z najmanjšim v desnem poddrevesu

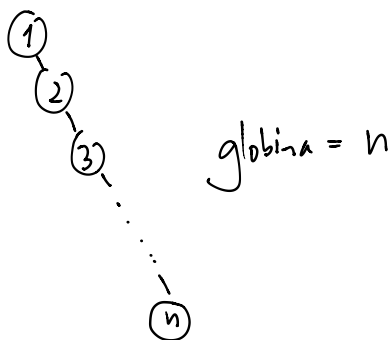


Časovna zahtevnost:

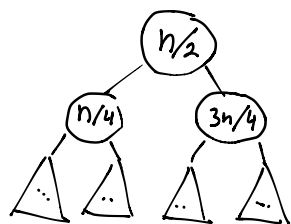
- iskanje :  $O(\text{globina})$
- vstavljanje :  $O(\text{globina})$
- brisanje :  $O(\text{globina})$

} dobro iskalno drevo mora imeti majhno globino.

Slabo iskalno drevo:



Dobro:



globina =  $\log_2 n$